

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений



Каменский М.И.

подпись, расшифровка подписи

20.03.2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.02.01 Качественные свойства функции Грина разнорядковых краевых задач на графах

1. Код и наименование направления подготовки: 02.04.01 Математика и компьютерные науки
2. Профиль подготовки / специализации: математическое и компьютерное моделирование
3. Квалификация выпускника: магистр
4. Форма образования: очная
5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: функционального анализа и операторных уравнений
6. Исполнители программы: Белоглазова Татьяна Владимировна, к.ф.-м.н., доцент
7. Рекомендована: научно-методическим советом математического факультета, протокол от 18.03.2025г, № 0500-03
8. Учебный год: 2026-2027 Семестр(ы): четвертый
9. Цели и задачи учебной дисциплины:
Целями освоения учебной дисциплины являются: изучение качественных свойств функции Грина разнорядковых краевых задач на графах.

Задачи учебной дисциплины: подробно изучить свойства функции Грина для указанных краевых задач.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

учебная дисциплина Методы функции Грина исследования краевых задач относится к к части, формируемой участниками образовательных отношений, блока Б1.

Теоретической и практической основой для освоения учебной дисциплины «Качественные свойства функции Грина разнорядковых краевых задач на графах» являются знания, умения и навыки студентов, приобретенные в результате изучения материала следующих курсов: Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса:

- «Математический анализ» (производная и дифференциал функции, неопределенный и определенный интегралы, частные производные, непрерывность);
- «Дифференциальные уравнения» (дифференциальные уравнения высших порядков, линейные дифференциальные уравнения и системы, краевые задачи);
- «Алгебра», «Линейная алгебра» (матрицы, определители, теоремы о разрешимости линейных систем).
- «Вариационное исчисление» (вариация функционала)

Дисциплина «Качественные свойства функции Грина разнорядковых краевых задач на графах» является необходимой для усвоения учебных курсов по математическому моделированию механических систем, физике.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-2	Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований в области математического и компьютерного моделирования различных процессов	ПК-2.1	Владеет навыками анализа научно-технической литературы по тематике проводимых исследований на русском и других языках	Знать: методы анализа научнотехнической литературы Уметь: проводить анализ научнотехнической литературы по теории полугрупп линейных ограниченных операторов Владеть: навыками анализа научнотехнической литературы по теории полугрупп ограниченных операторов
		ПК-2.2	Умеет обрабатывать, анализировать и обобщать полученную информацию с целью решения научных задач	Знать: область применения тех или методов построения математических моделей Уметь: адекватно интерпретировать параметры сетевых технических систем Владеть: навыками обработки полученной информации для построения адекватных математических моделей

12 Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 2/72.

Форма промежуточной аттестации – зачет

13. Виды учебной работы:

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			№ 4	
Аудиторные занятия		40	40	
в том числе:	лекции	20	20	
	практические	20	20	
	лабораторные	-	-	
Самостоятельная работа		32	32	
в том числе: курсовая работа (проект)		-	-	
Форма промежуточной аттестации (зачет – 4час.)		зачет	зачет	
Итого:		72	72	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Функция Грина на отрезке	Функция Грина краевой задачи на отрезке (основные определения и понятия). Функция Грина краевой задачи 2-го порядка на отрезке.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968
1.2	Функция Грина на графе и ее свойства	Функция Грина краевой задачи на графе (основные определения и понятия). Функция Грина краевой задачи на графе (ее построение, представление решения краевой задачи в интегральном виде). Свойства функции Грина краевой задачи на графе (непрерывность, симметричность). Свойства функции Грина краевой задачи на графе (знакорегулярность).	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968
1.3	Функция Грина для краевых задач 4-го порядка на графе	Функция Грина краевой задачи 4-го порядка на графе. Постановка задачи. Разрешимость. Функция Грина краевой задачи 4-го порядка на графе. Принцип максимума. Метод редукции. Функция Грина краевой задачи 4-го порядка на графе. Факторизация дифференциального оператора. Знакорегулярность.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968
1.4	Функция Грина разнорядковых краевых задач на графах и ее свойства	Разнорядковые краевые задачи на графах. Постановка задачи. Критерий невырожденности. Критерий вырожденности. Разнорядковые краевые задачи на графах. Принцип максимума. Функция Грина разнорядковых краевых задач на графах. Функция Грина разнорядковых краевых задач на графах. Непрерывность. Функция Грина разнорядковых краевых задач на графах. Знакорегулярность.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968
2. Практические занятия			
2.1	Функция Грина на отрезке	Функция Грина краевой задачи на отрезке. Функция Грина краевой задачи 2-го порядка на отрезке.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968
2.2	Функция Грина на графе и ее свойства	Построение Функция Грина краевой задачи на графе. Свойства функции Грина краевой задачи на графе (непрерывность, симметричность). Свойства функции Грина краевой задачи на графе (знакорегулярность).	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968
2.3	Функция Грина для краевых задач 4-го по-	Разрешимость краевой задачи 4-го порядка на графе. Функция Грина краевой задачи 4-го порядка на графе. Принцип максимума. Знакорегулярность.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968

	рядка на графе		
2.4	Функция Грина разнопорядко- вых краевых задач на гра- фах и ее свой- ства	Разнопорядковые краевые задачи на графах. Постановка задачи. Критерий невырожденности. Функция Грина разнопорядковых краевых задач на графах. Непрерывность. Знакорегулярность.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968
3. Лабораторные работы			

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/ п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лек- ции	Практиче- ские	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Функция Грина на отрезке	4	4		6	14
	Функция Грина на графе и ее свойства	6	6		10	22
	Функция Грина для краевых задач 4-го порядка на графе	4	4		6	14
	Функция Грина разнопоряд- ковых краевых задач на графах и ее свойства	6	6		10	22
	Итого:	20	20		32	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины предполагает не только обязательное посещение обучающимся аудиторных занятий (лабораторных занятий) и активную работу на них, но и самостоятельную учебную деятельность, на которую отводится 32 часа.

Самостоятельная учебная деятельность студентов по дисциплине «Качественные свойства функции Грина разнопорядковых краевых задач на графах» предполагает выполнение следующих заданий:

1) самостоятельное изучение учебных материалов по разделам 1-4 с использованием основной и дополнительной литературы, информационно-справочных и поисковых систем;

2) подготовку к текущим аттестациям: выполнение практических заданий, самостоятельное освоение понятийного аппарата по каждой теме.

Особое внимание обучающихся направляется на освоение практических методов дифференцирования, интегрирования, решения алгебраических, дифференциальных и интегральных уравнений. Качественное выполнение практических заданий подразумевает полноценное изучение и максимальное задействование всех предоставленных обучающимся информационно-коммуникационных ресурсов. Приоритетной является работа с общедоступными современными пакетами программ.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и лабораторным занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям (4 семестр – зачет)

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение практических заданий) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации (4 семестр – зачет).

В случае необходимости перехода на дистанционный режим обучения используется электронный курс «Качественные свойства функции Грина разнорядковых краевых задач на графах» (URL:<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968>) на портале «Электронный университет ВГУ».

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Покорный Ю.В. Дифференциальные уравнения на геометрических графах / Ю.В. Покорный, О.М. Пенкин, В.Л., Прядиев. Боровских. К.П. Лазарев, С.А. Шабров -М.: Физматлит, 2004. – 272 с.
2.	Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учеб.пособие для физико-мат.спец.вузов / В. И. Арнольд .— М. : Наука: Физматлит, 1978 .— 304 с

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк – М.: Наука, 1969. - с.
4.	Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке – М.: Физматлит, 1961. - с.
5.	Боровских А. В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [учебник] / А.В. Боровских, А.И. Перов .— 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014 .— 548 с.
6.	Красносельский М. А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М.А. Красносельский .— М. : Наука, 1966 .— 331 с
7.	Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учебник для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / И.Г. Петровский ; Под ред. А.Д. Мышкиса, О.А. Олейника .— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984 .— 295 с.
8.	Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник для студ. мат. спец. ун-тов / Л.С. Понтрягин .— 5-е изд. — М. : Наука, 1982 .— 331 с
9	Белоглазова Т.В. О положительной обратимости разнорядковых задач на графах / кандидатская диссертация – Воронеж, 2003. – 128 С.
10	Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— М. ; Ижевск : РХД, 2000 .— 174 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	ИсточникП
1	Научная Зональная библиотека Воронежского государственного университета : Электронный каталог : https://www.lib.vsu.ru/ .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	Покорный Ю.В. Дифференциальные уравнения на геометрических графах / Ю.В. Покорный, О.М. Пенкин, В.Л., Прядиев. Боровских. К.П. Лазарев, С.А. Шабров -М.: Физматлит, 2004. – 272 с.

2.	Арнольд В. И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учеб.пособие для физико-мат. спец. вузов / В. И. Арнольд .— М. : Наука: Физматлит, 1978 .— 304 с
3.	Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы / М.А. Наймарк – М.: Наука, 1969. - с.
4.	Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке – М.: Физматлит, 1961. - с.
5.	Боровских А. В. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям : [учебник] / А.В. Боровских, А.И. Перов .— 2-е изд., испр. и доп. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2014 .— 548 с.
6.	Красносельский М. А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений / М.А. Красносельский .— М. : Наука, 1966 .— 331 с
7.	Петровский И. Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений : Учебник для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / И.Г. Петровский ; Под ред. А.Д. Мышкиса, О.А. Олейника .— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1984 .— 295 с.
8.	Понтрягин Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник для студ. мат. спец. ун-тов / Л.С. Понтрягин .— 5-е изд. — М. : Наука, 1982 .— 331 с
9.	Белоглазова Т.В. О положительной обратимости разностных задач на графах / кандидатская диссертация – Воронеж, 2003. – 128 С.
10.	Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов .— М. ; Ижевск : РХД, 2000 .— 174 с.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, установление межпредметных связей, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале, актуализация личного и учебно-профессионального опыта обучающихся, включение элементов дистанционных образовательных технологий.

В практической части курса используется стандартное современное программное обеспечение персонального компьютера.

В части освоения материала лекционных и практических занятий, самостоятельной работы по отдельным разделам дисциплины, прохождения текущей и промежуточной аттестации может применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии, в частности, электронный курс «Качественные свойства функции Грина разностных краевых задач на графах» (URL:<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=5968>) на портале «Электронный университет ВГУ».

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория: специализированная мебель

19. Фонд оценочных средств:

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Функция Грина на отрезке	ПК-2	ПК-2.1 ПК-2.2	Домашнее задание, устный опрос, практические задания

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
2.	Функция Грина на графе и ее свойства	ПК-2	ПК-2.1 ПК-2.2	Домашнее задание, устный опрос, практические задания
3.	Функция Грина для краевых задач 4-го порядка на графе	ПК-2	ПК-2.1 ПК-2.2	Домашнее задание, устный опрос, практические задания
4	Функция Грина разнорядковых краевых задач на графах и ее свойства	ПК-2	ПК-2.1 ПК-2.2	Домашнее задание, устный опрос, практические задания
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт				Перечень вопросов Практическое задание

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в форме практических заданий.

1. Домашнее задание выполняется каждым студентом самостоятельно и обсуждается на следующем занятии.

2. Студенты тренируются дома моделировать практических задач системами дифференциальных уравнений второго и четвертого порядков с помощью прикладных пакетов или создают свои программы и демонстрируют результаты на занятии.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено», «не зачтено». Критерии оценивания результатов обучения при текущей аттестации.

Для оценивания результатов каждой лабораторной и контрольной работы используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При выполнении практических заданий студент продемонстрировал в достаточной мере: знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач, имеющихся ресурсов для решения прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.	Достаточный уровень	Зачтено
При выполнении практических заданий студент не продемонстрировал в достаточной мере: знание основ составления компьютерных программ для решения типовых математических задач, имеющихся ресурсов для решения	–	Не зачтено

прикладных математических задач, умение использовать стандартные пакеты программного обеспечения для решения типовых математических задач, владение навыками хранения, поиска, сбора, систематизации, обработки и использования информации.		
---	--	--

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация в 4 семестре по дисциплине заключается в защите практического задания и собеседовании по теоретическим вопросам.

Перечень вопросов к зачету:

1. Функция Грина краевой задачи на отрезке (основные определения и понятия).
2. Функция Грина краевой задачи 2-го порядка на отрезке.
3. Функция Грина краевой задачи на графе (основные определения и понятия).
4. Функция Грина краевой задачи на графе (ее построение, представление решения краевой задачи в интегральном виде).
5. Свойства функции Грина краевой задачи на графе (непрерывность, симметричность).
6. Свойства функции Грина краевой задачи на графе (знакорегулярность).
7. Функция Грина краевой задачи 4-го порядка на графе. Постановка задачи. Разрешимость.
8. Функция Грина краевой задачи 4-го порядка на графе. Принцип максимума.
9. Метод редукции. Функция Грина краевой задачи 4-го порядка на графе.
10. Факторизация дифференциального оператора. Знакорегулярность.
11. Разнопорядковые краевые задачи на графах. Постановка задачи.
12. Критерий невырожденности. Критерий вырожденности.
13. Разнопорядковые краевые задачи на графах. Принцип максимума.
14. Функция Грина разнопорядковых краевых задач на графах. Непрерывность.
15. Функция Грина разнопорядковых краевых задач на графах. Знакорегулярность

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи;
- 3) умение работать с алгоритмами методов;
- 4) знание основ решения типовых математических задач;
- 5) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Умение применять на практике методы и средства для решения типовых задач, эффективного использования ресурсов современных глобальных сетей в исследованиях.	<i>Повышенный уровень</i>	Зачтено
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.	<i>Базовый уровень</i>	Зачтено

Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.	<i>Пороговый уровень</i>	Зачтено
Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала). В ответе на основные вопросы содержатся отрывочные знания основ, способствующих решению задач профессиональной деятельности, допускаются грубые ошибки при демонстрации умений применять на практике методы для решения типовых задач.	–	Не зачтено

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Примеры практических заданий на зачете

Вариант 1

Для заданной модели построить краевую задачу, доказать невырожденность задачи, построить функцию Грина.

Вариант 2

Для задачи

$$\left\{ \begin{array}{l} (e^x u_1'')' = f_1(x), \\ -\left(\frac{x u_2'}{\ln x} \right)' = f_2(x), \\ u_1(0) = 0, \\ u_2(e^2) = 0, \\ u_1(e-0) - u_2(e+0) = 0, \\ u_1''(0) = 0, \\ u_1''(e-0) = 0, \\ (e^x u_1'')'(e-0) - \left(\frac{x u_2'}{\ln x} \right)(e+0) = 0. \end{array} \right.$$

1. установить невырожденность;
2. построить функции Грина двухточечных задач;
3. построить функцию Грина общей задачи.

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи;
- 3) умение работать с алгоритмами методов;
- 4) знание основ решения типовых математических задач;
- 5) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов обучения на зачете используется **шкала**: «зачтено», «не зачтено».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала. Умение применять на практике методы и средства для решения типовых задач, эффективного использования ресурсов современных глобальных сетей в исследованиях.	<i>Повышенный уровень</i>	Зачтено
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.	<i>Базовый уровень</i>	Зачтено
Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.	<i>Пороговый уровень</i>	Зачтено
Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала). В ответе на основные вопросы содержатся отрывочные знания основ, способствующих решению задач профессиональной деятельности, допускаются грубые ошибки при демонстрации умений применять на практике методы для решения типовых задач.	—	Не зачтено